FERNANDES, G.A. et al. Modelos não lineares na descrição do crescimento ponderal de bovinos de corte. **PUBVET**, Londrina, V. 7, N. 23, Ed. 246, Art. 1628, Dezembro, 2013.



### PUBVET, Publicações em Medicina Veterinária e Zootecnia.

# Modelos não lineares na descrição do crescimento ponderal de bovinos de corte

Geferson Antonio Fernandes<sup>1\*</sup>, Fabíola Francisca Dias Fernandes<sup>2</sup>, Claudio Jonasson Mousquer<sup>3</sup>, Mérik Rocha Silva<sup>3</sup>, Lucien Bissi da Freiria<sup>3</sup>, Larissa Cardoso Feijó<sup>3</sup>, Verônica Bandeira Ferreira<sup>1</sup>, Amorésio Souza da Silva<sup>3</sup>

#### Resumo

No Brasil, medidas de desenvolvimento ponderal, pesos em determinadas idades, ganhos em pesos e outros critérios que visem à precocidade e velocidade de crescimento têm sido utilizadas como critério de seleção em programas de melhoramento genético. Geralmente as curvas de crescimento são estudadas por meio do ajuste de funções não lineares, de forma a sintetizar informações de todo o período da vida dos animais e assim facilitar o entendimento do fenômeno de crescimento. O ajuste de dados de peso idade de cada animal permite obter informações descritivas da curva de crescimento e/ou informações de prognósticos futuros para animais do mesmo grupo racial sob a mesma situação ambiental. Portanto, a função de crescimento é

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Aluno de Graduação em Zootecnia – UFMT, Sinop-MT

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Medica Veterinária – autônoma, Sinop-MT

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Mestrando em Ciência Animal da Universidade Federal de Mato Grosso, Campus de Cuiabá-MT

<sup>\*</sup> Correspondência: geferson\_af@hotmail.com

FERNANDES, G.A. et al. Modelos não lineares na descrição do crescimento ponderal de bovinos de corte. **PUBVET**, Londrina, V. 7, N. 23, Ed. 246, Art. 1628, Dezembro, 2013.

utilizada para descrever o crescimento do animal tanto pra fins de exigência nutricional, como para seleção genética, é de extrema importância.

Palavras-chave: Curva de crescimento, Crescimento ponderal, Zootecnia

#### Nonlinear models in the description of bovine growth ponderal cutting

#### **Abstract**

In Brazil, measures of weight gain, weight at certain ages, gains weight and other criteria aiming to earliness and growth rate have been used as selection criteria in breeding programs. Generally growth curves are analyzed by fitting non-linear functions, in order to synthesize information for the entire period of life of animals and thereby facilitate the understanding of the phenomenon of growth. The data fit weight age of each animal provides information describing the growth curve and / or prognostic information for future animals of the same racial group under the same environmental situation. Therefore, the function growth is used to describe both the growth of the animal for the purpose of nutritional requirement, such as for genetic screening, it is of utmost importance.

**Keywords:** Growth curve, Growth weight, Animal Science

### Introdução

No Brasil, medidas de desenvolvimento ponderal, pesos em determinadas idades, ganhos em pesos e outros critérios que visem à precocidade e velocidade de crescimento têm sido utilizadas como critério de seleção em programas de melhoramento genético. Essas metodologias, em geral, podem resultar em alterações na curva de crescimento e peso adulto dos animais ao elevar o peso adulto, ou, ao selecionar animais pesados à idade jovem e posterior descarte de animais de maior peso adulto. As curvas de crescimento podem ser aplicadas para resumir, em três ou quatro parâmetros, as características de crescimento da população, pois alguns parâmetros dos

modelos não-lineares possuem interpretação biológica, como peso assintótico (A) e taxa de crescimento (k); além de possibilitar a identificação, em uma população, dos animais de maior peso em menor idade (Freitas, 2005, Carneiro et al., 2009; Malhado et a., 2009; Mcmanus et al., 2010).

O processo de crescimento dos animais é um fenômeno complexo e de grande importância para a área de Zootecnia. O conhecimento e o controle do crescimento e desenvolvimento dos ruminantes são tópicos de bastante interesse para os pesquisadores, pois o seu domínio permite que o manejo nutricional dos animais possa ser conduzido eficientemente, além de permitir que programas de seleção animal sejam elaborados para as características de crescimento inerentes a cada raça (Tedeschi et al., 2000).

Geralmente as curvas de crescimento são estudadas por meio do ajuste de funções não lineares, de forma a sintetizar informações de todo o período da vida dos animais e assim facilitar o entendimento do fenômeno de crescimento. O ajuste de dados de peso idade de cada animal permite obter informações descritivas da curva de crescimento e/ou informações de prognósticos futuros para animais do mesmo grupo racial sob a mesma situação ambiental. Portanto, a função de crescimento é utilizada para descrever o crescimento do animal tanto pra fins de exigência nutricional, como para seleção genética, é de extrema importância (Fitzhugh Júnior, 1976).

#### **Crescimento Animal**

O crescimento é um processo fisiológico que tem início a partir da etapa prénatal e termina quando o organismo atinge o peso adulto e a conformação característica da espécie. O grau de desenvolvimento das dimensões atingido é próprio de cada espécie animal e, dentro de cada espécie, elas dependem da raça. Em atividades de pecuária, o termo de crescimento é utilizado freqüentemente como um período em que o animal aumenta de tamanho e ganha peso.

Os processos de crescimento e desenvolvimento, apesar de serem intimamente ligados, são individualizados, não devendo ser confundidos e utilizados de forma equivocada.

Durante a fase de crescimento do animal verificam-se dois fenômenos:

- 1) O aumento do próprio peso até chegar às dimensões da idade adulta, o que é chamado de crescimento;
- 2) A modificação da própria conformação corpórea e as várias funções, o que indica o desenvolvimento (Hammond, 1955).

O crescimento pode ser expresso através de termos quantitativos (peso, ganho de peso, comprimento do tronco e do corpo, etc.), por sua vez o desenvolvimento é avaliado levando em conta também, as modificações qualitativas, seja na conformação ou na fisiologia dos diferentes tecidos (Biffani, 1997).

Fisiologicamente o aumento da massa dos tecidos realiza-se através do acúmulo do DNA, que leva a um aumento do número das células (hiperplasia) e o aumento da quantidade de proteína por unidade de DNA, que aumenta as dimensões das células (hipertrofia) (Biffani, 1997).

O aumento do peso vivo ao longo da vida de um animal é um fenômeno complexo que depende do genótipo do animal, de fatores ambientais como a alimentação, o manejo, o estado de saúde e efeitos climatológicos, que tem maior impacto nas épocas iniciais do crescimento (Hammond, 1959); alguns destes fatores persistem com o tempo e geram um efeito variável com a idade e o desenvolvimento do animal; outros pelo contrario, podem afetar só em períodos curtos (Agudelo-Gómez, et al, 2007).

Os fatores genotípicos incidem sobre o desenvolvimento fetal e manifestam-se desde o nascimento até a fase adulta; a cria cresce de forma lenta durante o primeiro mês pós-parto, más depois inicia uma fase de um rápido crescimento até alcançar a puberdade, depois da qual diminui a velocidade de crescimento até chegar à estabilização na idade adulta.

#### **Fatores que Influenciam o Crescimento**

O crescimento ocorre principalmente em virtude da influência de fatores de meio externo aos quais são submetidos os animais, como alimentação, condições climáticas e

sanitárias da região onde vive e das características inerentes à raça, sexo, peso e idade. Todos esses fatores sejam eles ambientais ou genéticos, atuam sobre eventos metabólicos que regulam o crescimento e que levam a formação dos tecidos e a produção do calor ou termogenese (Biffani, 1997).

Pode-se dizer que o fenótipo do animal é o resultado do efeito de dois componentes: o componente genético e o componente ambiente, sendo que, por componente ambiente, entenda-se tudo que não for genético (Falconer, 1989).

Na verdade os diferentes fatores que influenciam o crescimento atuam com intensidade diferenciada ao longo da vida do animal. Para melhor identificar os vários efeitos é indispensável dividir o período do crescimento em duas fases: a primeira fase que começa ao nascer e vai até ao desmame e a segunda que vai do desmame até a maturidade (Biffani, 1997).

#### **Curvas de crescimento**

Diversos pesquisadores através de seus estudos conseguiram descrever graficamente o crescimento do animal e observaram que este tem o formato de uma curva, a qual deram o nome de curva de crescimento, esta curva tem um formato sigmóide e apresenta este comportamento em todos os animais. Esse tipo de curva tanto pode ser aplicado ao animal como um todo, como a qualquer tecido ou região do corpo de um individuo.

As curvas de crescimento permitem avaliar parâmetros biologicamente importantes: como o tamanho do animal, peso a maturidade sexual; outra característica importante é a relação entre a taxa de crescimento e a taxa de maturidade sexual. Uma estimação precisa dos fatores pode servir para propor

programas de seleção e melhoramento genético, pois são associadas a outras características de importância econômica (Gómez, 1997).

O crescimento ao longo da vida dos animais tem sido estudado tendo em conta a relação peso-idade, nos últimos anos os estudos tem feito uso dos modelos não lineares, gerando diferentes modelos de crescimento (Beltran et al 1992). Os modelos tem sido avaliados segundo sua eficiência de ajuste, a interpretação biológica dos parâmetros, a dificuldade de aplicação computacional e a avaliação dos parâmetros ambientais sobre a curva de crescimento (Brown 1976).

Um modelo apropriado de crescimento deve fornecer informação sobre parâmetros que podem ser interpretados biologicamente; além disso, quando se faz um bom uso do modelo, características que são de importância para o crescimento animal podem ser obtidas, (López et al, 2000). As funções não lineares tem sido usadas para descrever o crescimento em peixes, aves, e mamíferos (Kiviste et al, 2002). A pesar da maioria das funções de crescimento utilizadas, explicarem as curvas de crescimento, não conseguem explicar claramente as taxas médias de crescimento na curva, pois em muitos casos o comportamento do crescimento varia de acordo com a etapa fisiológica em que se encontra o animal vindo ser afetada entre outros aspectos o ganho diário de peso, assim, se faz necessário obter funções que se ajustem a todos os dados observados (López, et al 2000).

As funções que normalmente se usam para avaliar o crescimento são escolhidas de uma forma empírica e sua escolha se faz com base na capacidade da função se ajustar aos dados, em algumas ocasiões os parâmetros obtidos nestas funções não tem uma interpretação biológica. No entanto, as funções de crescimento podem ser caracterizadas mediante ao conhecimento de alguns delineamentos fisiológicos ou mecanismos biológicos segundo o proposto por Von Bertalanffy, permitindo que os parâmetros obtidos possam ser analisados através do ponto de vista produtivo (López, et al 2000).

O estudo de curvas de crescimento, em bovinos de uma forma particular, se torna mais atraente do que em outras espécies, pois os modelos nãolineares são bastante flexíveis para se utilizar com dados peso-idade, pelo fato de considerar características inerentes aos dados de pesagens, como:

- a) Normalmente as pesagens são irregulares no tempo, isto é, o intervalo de duas medidas consecutivas quaisquer não ocorre de forma constante;
- b) possuem estrutura incompleta;
- c) As avaliações adjacentes são mais estreitamente correlacionadas que as demais;
- d) A resposta dos indivíduos em função do tempo tem variância crescente, (FREITAS 2005).

# Curvas de crescimento e o melhoramento genético animal

Por meio do melhoramento genético animal é possível alterar características desejáveis nos animais a serem produzidos na geração seguinte. Segundo Alencar (2002) o melhoramento da produção animal pode ser obtido pelo melhoramento do ambiente, por meio de mudanças nos manejos nutricional, sanitário e reprodutivo, e pelo melhoramento genético, que pode ser realizado por meio de sistemas de acasalamento e seleção. Entretanto para maximizar a produtividade dos sistemas, os dois processos devem caminhar juntos. Mediante a disponibilidade de um grande número de raças de bovinos, biologicamente diferentes faz-se necessário estudos no sentido de adequar o tipo de animal e o ambiente, para aumentar a eficiência dos sistemas de produção. Neste contexto, o cruzamento entre raças tem muito a contribuir, pois além de dar flexibilidade aos sistemas de produção, permite explorar as diferenças genéticas entre raças e os efeitos da heterose e complementaridade (Barbosa; Alencar, 1995).

Os programas de avaliação genética de gado de corte no Brasil, normalmente contemplam, além de outras, as características de crescimento (Alencar, 2002). Essas características possuem a vantagem de serem de fácil medição e de apresentarem herdabilidade, geralmente, de magnitudes médias, indicando que a seleção pode resultar em progresso genético (Mascioli, 1995).

A seleção para maiores pesos e taxas de crescimento em idades jovens pode resultar em aumento no tamanho adulto dos animais (Barbosa, 1991; Oliveira, 1995; Mascioli et al., 1999; Silva et al., 2000). Alencar (2002) menciona a necessidade de definição do tamanho adulto aceitável ou desejável para animais de várias raças nos diferentes sistemas de produção brasileiros. Conforme Molinuevo (1967) e Lobato (1997), fêmeas de menor porte, além de apresentarem menores exigências nutricionais que as de porte mais elevado, atingem maior produtividade por área, uma vez que é possível manter maior número de matrizes e desmamar maior número de bezerros por unidade de área.

As características de crescimento (pesos) quando coletadas em um mesmo animal desde o nascimento até a maturidade, permitem construir uma curva de crescimento geralmente de formato sigmóide, a qual pode ser ajustada ou descrita por meio de funções lineares ou não-lineares dos dados (Cartwright, 1970; Fitzhugh, 1976). Os parâmetros dos modelos não-lineares além de possibilitar modelar o crescimento dos animais com a idade possuem interpretação biológica, o que facilita o entendimento do processo de crescimento e também de várias etapas do manejo e da reprodução. Possibilitam ainda avaliar os fatores genéticos e de ambiente que influenciam a forma da curva de crescimento e, desse modo, alterá-la por meio de seleção, ou seja, identificar animais com maior velocidade de crescimento, maior ganho de peso em uma fase específica da vida sem alterar o peso adulto, em vez de selecionar animais cada vez maiores. (Santoro et al., 2005; Sarmento et al., 2006).

Vários autores mencionam inúmeros benefícios que a seleção para alterar a forma da curva de crescimento pode proporcionar: (1) resolver o antagonismo genético entre o crescimento rápido e eficiente da progênie até o peso de abate e o menor custo de manutenção das vacas, (2) aumentar a eficiência mediante o aumento da taxa de maturação, (3) diminuir a idade ao primeiro parto pela redução da idade à puberdade, (4) reduzir a incidência de distocia pela redução da relação entre o peso do bezerro ao nascer e o peso da

vaca, (5) modificar a composição da carcaça possibilitando que os animais atinjam o peso ao abate com a proporção de gordura exigida pelo mercado consumidor em questão. Em contrapartida, um fator complicador é a existência de correlação negativa entre peso adulto e taxa de maturação (Taylor; Young, 1968; Cartwright, 1970; Fitzhugh, 1976; Taylor, 1989; Tedeschi, 1996), onde animais com elevados pesos adultos tendem a apresentar menores taxas de maturação.

Os benefícios do uso desses modelos para o melhoramento genético animal seriam a estimação dos parâmetros para das curvas de crescimento permitindo a identificação dos animais mais apropriados a determinados fins, como maior ganho de peso em uma fase específica da vida. Perotto et al. (1997), relatam os seguintes índices no auxílio ao melhoramento genético através destes modelos não lineares para curva de crescimento: taxa média de crescimento absoluto, taxa média de maturação absoluta, peso, grau de maturidade e idade no ponto de inflexão, máxima velocidade de ganho de peso e máxima taxa de maturação (Freitas, 2005; Santoro, 2005;).

O interesse nos parâmetros das curvas de crescimento como critérios de seleção de bovinos de corte concentra-se no peso assintótico (A) e na taxa de maturação (k). O interesse nestes parâmetros advém da impossibilidade de medir o peso dos animais na idade adulta, pois são abatidos antes da maturidade. A inclusão do peso adulto em programas de melhoramento genético seria interessante, uma vez que a seleção para maior taxa de crescimento deve trazer como conseqüência, maior custo de manutenção de fêmeas de maior tamanho, não necessariamente compensado pelo aumento da taxa de crescimento dos bezerros (Cartwright, 1970; López de Torre et al., 1992;).

Segundo Forni (2007) o peso adulto, predito através das curvas de crescimento, poderia ser incluído em programas de seleção considerado em índices de seleção com seu valor econômico correspondente para melhorar a eficiência total do sistema de produção de gado de corte. Em relação ao parâmetro k, a maturação precoce é uma característica desejável na produção

de bovinos de corte, uma vez que representa diminuição no tempo que o animal necessita para atingir as características desejáveis para o abate, melhorando assim a taxa de retorno da atividade pecuária (Fitzhugh, 1976). Entretanto, é importante ressaltar que a comparação entre estimativas do parâmetro k deve ser feita considerando sua associação com o peso assintótico (Forni, 2007).

#### Funções de crescimento

As funções ou equações de crescimento descrevem as variações que representam o tamanho de um organismo ou uma população com a idade. O crescimento biológico é o resultado de um grande número de processos complexos e, que pode ser descrito expondo a evolução do peso, sem que seja necessário realizar ajustes das medidas tomadas. Um segundo passo é ajustar um polinômio aos dados, seja uma equação cúbica ou de potências superiores; porém, não é aconselhável por três razões: a primeira, porque nem sempre os coeficientes tem uma interpretação biológica; a segunda, porque o comportamento da equação pode ser ilógico ao ficar fora da concentração de pontos. Por exemplo, a predição do peso adulto poderia diminuir com o tempo, o que não ocorre com as equações de curvas de crescimento. A terceira razão, é que o ajuste do polinômio é arbitrário, (Agudelo-Gómez et al, 2007).

Outros fatores limitantes para o emprego dos polinômios são os seguintes: multicolinearidade, desuniformidade ao longo da curva, dependência do comportamento da função nas áreas de maior concentração dos pontos, além disso, os polinômios de graus elevados são de difícil interpretação biológica, (Agudelo-Gómez et al, 2007).

Existe um grande número de funções empregadas para representar o crescimento do animal, através de medidas de pesos associados à idade.

# Funções não-lineares utilizadas no ajuste da curva de crescimento

Por meio de ajustes não-lineares dos dados de peso-idade de cada animal ou de um grupo de animais é possível obter informações descritivas da curva de crescimento e/ou informações de prognósticos futuros para animais do mesmo grupo racial sob a mesma situação ambiental (Fitzhugh Jr., 1976).

Além disso, a utilização de modelos não-lineares no melhoramento genético animal permite obter a estimativa dos parâmetros para as curvas, possibilitando a identificação dos animais mais adequados para seleção (Santoro et al., 2005). Funções como componentes logaritmos, inversos e exponenciais, modelos multifásicos e fatoriais já foram utilizadas para modelar a curva de crescimento dos animais. No entanto, atualmente, as funções nãolineares empíricas com parâmetros biologicamente interpretáveis, onde relaciona peso e idade, são as mais utilizadas (Oliveira, et al., 2000). Essa ferramenta matemática permite ainda fornecer informações importantes sobre as variações genética e ambiental que ocorrem entre as avaliações consecutivas dos animais (Mansour et al., 1991).O estudo de curvas de crescimento utilizando modelos não-lineares é flexível devido permitir situações inerentes aos dados de pesagens. Dentre essas situações podemos citar a irregularidade do intervalo de duas medidas consecutivas, permitindo, portanto que as mesmas não sejam necessariamente equidistantes; a estruturação incompleta dos dados; a correlação estreita entre as avaliações adjacentes em relação às demais e a variância crescente da resposta dos indivíduos em função do tempo (Freitas, 2005). Portanto, o ideal para a padronização dos pesos corporais seria a utilização de equações não-lineares aplicadas à sequência de pontos que relacionam o peso com a idade dos animais. Os modelos não-lineares de Brody (Monomolecular), Richards, Von Bertalanffy, de Gompertz e Logístico (Autocaralítica) são tradicionalmente usados na produção animal, com os parâmetros A, B, k, e a de Richards (Richards, 1959), com parâmetro *m* a mais (Freitas, 2005).

As principais funções não-lineares e suas equações estão enfatizadas no Quadro abaixo.

Modelos utilizados para ajuste das curvas de crescimento por peso

Função	Equação
Gompertz:	$Y = Ae-Be-kt+ \varepsilon$
Brody:	$Y = A (1-Be-kt) + \varepsilon$
Logístico:	$Y = A (1+Be-kt)-1+ \varepsilon$
Von Bertalanffy:	$Y = A (1-Be-kt)3 + \varepsilon$
Richards:	$Y = A (1-Be-kt)m + \varepsilon$

Sendo: Y, o peso corporal à idade t; A, o peso assintótico quando t tende a infinito, ou seja, este parâmetro é interpretado como peso à idade adulta; B, uma constante de integração, relacionada aos pesos iniciais do animal e sem interpretação biológica bem definida, o valor de B é estabelecido pelos valores iniciais de Y e t; k é interpretado como taxa de maturação, que deve ser entendida como a mudança de peso em relação ao peso à maturidade; e m, o parâmetro que dá forma à curva, sua fixação determinará a forma da curva e, consequentemente, o ponto de inflexão. Assim, assumindo o ponto de inflexão do modelo de Richards igual a zero, obtém-se o modelo de Brody; quando igual a 2/3, o modelo Von Bertalanffy; tendendo a 1, o modelo de Gompertz; e se igual a 2, o modelo Logístico. Portanto, os primeiros modelos são casos especiais do modelo Richards (McManus et al., 2003; Guedes et al., 2004; Sarmento et al., 2006). A identificação de animais mais precoces é obtida através da relação do parâmetro k das curvas de crescimento e o peso assintótico (Sandland; McGilchrist, 1979). Da mesma forma, em estudo das curvas de crescimento de ovinos da raça Bergamácia salientaram que a relação biológica mais importante para uma curva está entre os parâmetros "A" e "k" (McManus et al., 2003). A correlação negativa entre estes parâmetros indica que animais com taxas de crescimento mais elevadas têm menor probabilidade de atingir maiores pesos na maturidade, comparado com aqueles que crescem mais lentamente no início da vida. Vários estudos sobre curvas de crescimento

têm sido realizados e os resultados comprovam que, apesar dos modelos se mostrarem adequados, há divergências entre os diferentes trabalhos. Na comparação entre os modelos Brody, Logístico, Richards, Von Bertalanffy e Gompertz, estudo do crescimento de bovinos de corte, aponta o modelo de Gompertz como o mais adequado para estimar o crescimento de bovinos da raça Nelore (Paz et al., 2004). Entretanto, Perotto et al. (1992) sugere o modelo de Richards como adequado para estimar o crescimento de fêmeas zebuínas. O modelo Von Bertalanffy possibilitou uma curva adequada para a espécie ovina da raça Santa Inês, demonstrando inclusive o momento de estabilização do crescimento (Freitas, 2005).

## **Modelo de Gompertz**

O modelo de Gompertz foi desenvolvido em 1825 por Benjamin Gompertz para estudar as leis de natalidade e mortalidade humanas, LAIRD (1966), baseia-se em que a taxa de crescimento relativo descreve de forma exponencial, a curva é assimétrica em ralação a seu ponto de inflexão, sendo o ritmo de desenvolvimento mais lento depois de alcançado este ponto, ou seja, a função de Gompertz foi desenvolvida sob a suposição de que a taxa de crescimento especifico caiu exponencialmente com o tempo. O ponto de inflexão neste modelo é fixo em 0,37 do valor de *A* (Paz 2002).

#### Modelo de Brody

O modelo de Brody (1945) considera a velocidade do crescimento proporcional ao crescimento que fica por efetuar, assim as taxas de crescimento diminuem à medida que aumenta o peso e idade. Este modelo foi

proposto para descrever o crescimento após o ponto de inflexão. Neste modelo o parâmetro *m* assume o valor 1. A maioria dos trabalhos que utilizam este modelo, consideram o nascimento como o ponto de inflexão, podendo assim ser utilizado para descrever o crescimento pós natal, (Paz 2002).

# **Modelo Logístico**

Proposto por Verhulst em 1838 para expressar a lei do crescimento de populações humanas (LAIRD, 1966), apresenta uma curva simétrica em relação ao ponto de inflexão, neste modelo pode-se alcançar 50% do valor assintótico. Aproxima-se em seu segundo trecho a função de Brody, porém em seu primeiro trecho se aproxima a uma função exponencial de taxa relativa de crescimento constante, em outras palavras, este modelo considera a velocidade de crescimento proporcional ao crescimento efetuado e ao crescimento que fica por efetuar. Na função Logística o parâmetro *B* é fixo e igual a 1.

#### **Modelo de Von Bertalanffy**

O modelo de Van Bertalanffy (1949, 1957) foi derivado por seu autor a partir de taxas de anabolismo e catabolismo do animal, baseando-se na suposição de que o crescimento é a diferença entre estas taxas. Neste modelo o ponto de inflexão m, é fixo em aproximadamente 0,30 do valor de A.

#### Modelo de Richards

Considerado por muitos pesquisadores como o modelo de crescimento mais completo, a função de Richards possui quatro parâmetros, porém com ponto de inflexão variável. A importância desse modelo reside no ponto de inflexão, dependente do parâmetro m, que deve ser estimado para cada análise, para que se consiga uma melhor interpretação biológica, no entanto existe dificuldade em se ajustar este modelo, devido a não convergência do processo interativo, causado principalmente pela alta correlação negativa entre  $B \in m$  (Paz 2002).

#### Comparação entre modelos não lineares

A comparação dos modelos que descrevem o crescimento de animais foi feita em diversos estudos. Questiona-se, no entanto, sobre qual desses modelos é o mais apropriado para descrever o crescimento corporal de bovinos. Dentre os modelos não lineares apresentados para descrever a curva de crescimento dos animais, o modelo de Richards é teoricamente o melhor, pois não fixa o ponto de inflexão da curva, se ele existir em determinada proporção do valor assintótico da variável dependente. No entanto, a existência de circunstâncias como escassez ou irregularidade de dados pode fazer com que equações que fixam o ponto de inflexão, em relação ao valor assintótico do peso, comparem-se com o modelo de Richards quanto à habilidade para representar dada série de pontos que relacionam peso com idade (Oliveira et al., 1994; Castanho, 1994; citados por Perroto et al., 1997). Todavia, muitos estudos apresentam a equação de Richards como a que melhor descreve a curva de crescimento de bovinos e outros animais (Brown et al., 1976; Perroto et al., 1992).

Brown *et al.* (1976), analisando cinco modelos não-lineares (Von Bertalanffy, Brody, Gompertz, Logístico e Richards) em dados de peso em função da idade, para vacas de diversas raças criadas sob condições diferentes de manejo, observaram que os modelos de Brody e Richards são os mais comuns para a descrição do crescimento de bovinos, em razão do fácil ajuste computacional a dados de raças taurinas. Os modelos foram comparados com base na qualidade do ajuste, interpretação biológica dos parâmetros e facilidade computacional no ajuste dos dados.

Segundo Martins *et al.* (2008), outros modelos empregados no estudo superestimaram o peso nas idades iniciais; além disso, o peso adulto foi superestimado pelo modelo Logístico. Apesar da dificuldade computacional, o modelo de Richards foi o que melhor descreveu o crescimento desses animais. De acordo com os autores, o modelo de Richards tem ponto de inflexão variável, que é mais apropriado para ajustar dados antes dos dez meses de idade, quando há dificuldade no ajuste. Para dados de idades superiores a seis meses, o modelo de Brody ajustou-se de forma semelhante ao modelo de Richards, sendo melhor seu ajuste computacional. Os autores concluíram que, apesar dos parâmetros terem a mesma interpretação biológica nos diferentes modelos, as suas estimativas não são perfeitamente correlacionadas.

Oliveira (1995) utilizou e ajustou cinco funções não-lineares para fêmeas da raça Guzerá e observou que o modelo de Richards, apesar de apresentar um bom ajuste aos dados de pesos e idade, apresentou dificuldades computacionais, não sendo indicado seu uso para representar a curva de crescimento. Os outros modelos utilizados nesse estudo foram os de Brody, Gompertz, Von Bertalanffy e Logístico, que apresentaram boa qualidade no ajuste dos dados. O modelo de Von Bertalanffy foi o escolhido por representar ajuste médio superior aos demais modelos.

Através desses estudos para descrição de curvas de crescimento, podemos observar que existe uma grande divergência em relação à escolha de um ou mais modelos que sejam mais adequados para descrever o crescimento de bovinos; entretanto, existe tendência de melhor adequação dos modelos

Brody e Richards para as raças taurinas, e dos modelos de Von Bertalanffy e Logístico para raças zebuínas (Paz, 2002). Nadarajah *et al.* (1984), citados por Paz (2002), afirmaram que o ponto de inflexão não é detectado em raças muito precoces, quando as pesagens na fase inicial do processo de crescimento não são realizadas com grande frequência. Dessa forma, se o ponto de inflexão ocorre mais tardiamente, como é esperado em raças menos precoces, é possível que os modelos com ponto de inflexão variável, como o caso dos modelos de Richards e Logístico, sejam mais adequados (Brown *et al.*, 1976).

# Aplicação de funções não-lineares para avaliação do crescimento de bovinos de corte

O emprego de funções não-lineares na avaliação do crescimento de bovinos, denominadas simplesmente como curvas de crescimento, surgiu a partir da idéia de que o peso, ou qualquer medida de crescimento, é uma função da idade. Em sua revisão sobre o emprego da matemática na descrição de processos de crescimento, Sandland (1983) relatou que uma das primeiras tentativas de descrever o crescimento por meio de funções matemáticas foi realizada em 1835 por Quetelet; o primeiro a estabelecer analogias entre diferentes fases do crescimento de um organismo propondo uma curva sigmóide para descrevê-lo.O desenvolvimento de teorias e técnicas para o ajuste de modelos matemáticos que descrevem curvas de crescimento ocorreu de forma multidisciplinar, uma vez que o conhecimento dos aspectos gerais deste processo desperta interesse em várias áreas de conhecimento. A aplicação de novas tecnologias na produção animal depende da compreensão do impacto de suas implementações na eficiência produtiva durante todo o ciclo de vida dos animais.

Segundo Sandland (1983), os modelos mais freqüentemente utilizados na descrição de curvas de crescimento são funções não-lineares do tipo sigmóide, fundamentadas na equação diferencial proposta por Verhulst em

1838. Estas funções podem ser empíricas; aquelas desenvolvidas para descrever os dados na forma em que foram observados, ou mecanísticas; deduzidas matematicamente a partir do método de obtenção dos dados. O interesse nestes modelos se deve ao fato de permitirem resumir a informação de um conjunto de dados de crescimento em poucos parâmetros, que facilitam a comparação de aspectos gerais do processo de desenvolvimento dos animais. O emprego das curvas de crescimento evita os inconvenientes da interpretação independente de um grande número de medidas isoladas que estão sujeitas a efeitos ambientais temporários não identificáveis (Fitzhugh, 1976). Além do que, os parâmetros das curvas descrevem vários aspectos do processo de crescimento, e a partir deles é possível predizer outras medidas de interesse na produção animal, como o peso e a idade no ponto de inflexão da curva. Tais parâmetros também podem ser utilizados diretamente como critérios de seleção. Várias funções foram desenvolvidas para descrever o complexo processo de crescimento dos bovinos em poucos parâmetros, matematicamente eficientes e biologicamente interpretáveis (Arango & Van Vleck, 2002). Entre os modelos não lineares, estão as equações de Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards.

# Trabalhos realizados utilizando funções não-lineares no crescimento ponderal de bovinos de corte

Oliveira et al. (2000) ajustaram modelos não-lineares (Richards, Brody, Logística, Gompertz e von Bertalanffy) a dados de peso-idade de fêmeas da raça Guzerá, visando estabelecer um padrão médio de crescimento. A qualidade do ajuste destes modelos foi avaliada pelo coeficiente de determinação e quadrado médio do resíduo. Os modelos de Brody, Bertalanffy, Logístico e Gompertz foram adequados para descrever o crescimento em fêmeas da raça Guzerá. No entanto, o modelo von Bertalanffy foi o mais indicado para representar a curva de crescimento média de fêmeas da raça

Guzerá. Freitas et al. (1998) e Freitas (2005) compararam os modelos Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy, utilizando dados de animais da raça Canchim, e concluíram que os dois últimos proporcionaram boa qualidade de ajuste aos pesos observados, para ambos os sexos, com certa superioridade do modelo Logístico em relação aos demais. Forni (2007) relata que as equações de Brody, Gompertz e Von Bertalanffy foram adequadas para estabelecer padrões médios de crescimento e predizer o peso adulto de fêmeas da raça Nelore. Entretanto, o modelo de Brody foi mais preciso em predizer o peso ao nascimento destes animais.

Tedeschi et al. (2000) analisando sete funções não-lineares para descrever o crescimento de machos e fêmeas da raça Guzerá e seus cruzamentos (3/4Guzerá-1/4Pardo Suíço, 1/2Nelore-1/4Pardo Suíço, 1/2Pardo Suíco-1/2Guzerá, 1/2Chianina-1/4Pardo Suíço-1/4Guzerá, 1/2Caracú-1/2Guzerá, 1/2Caracu-1/4PardoSuíço-1/4Guzerá) submetidos a três níveis de suplementação, a fim de analisar e selecionar uma função que apresentasse menores desvios de regressão, menor variação residual, maior coeficiente de determinação, menor variação entre os parâmetros dos animais, maior convergência e valor assintótico compatível com o peso adulto observado verificaram que a função que melhor se enquadrou nesses parâmetros de seleção foi a função de Gompertz, seguida da função de Von Bertalanffy. A função de Richards apresentou grande dificuldade computacional para o ajuste, resultando em baixa convergência. As funções de Brody apresentaram as maiores estimativas de peso adulto e a função de Gompertz modificada e Logística, as menores estimativas.

Analisando dados de pesagens do nascimento até 4,5 anos de idade de fêmeas da raça Nelore, Garnero et al. (2005), utilizaram as funções Brody, Von Bertalanffy, Logístico e Gompertz e concluíram que todas as funções citadas acima foram adequadas para descrever o crescimento. Levando em consideração os aspectos de facilidade computacional e precisão de ajustes aos dados observados, os melhores resultados foram proporcionados pelo modelo

FERNANDES, G.A. et al. Modelos não lineares na descrição do crescimento ponderal de bovinos de corte. **PUBVET**, Londrina, V. 7, N. 23, Ed. 246, Art. 1628, Dezembro, 2013.

Brody (Brown et al., 1972; 1972; Duarte, 1975; Silveira Júnior, 1976; Ludwig, 1977).

No estudo de Beltrán et al. (1992), a função de Brody gerou melhores resultados de estimativa de peso vivo em vacas Angus com mais de 18 meses de idade. Entretanto, apresentou maior quadrado médio do resíduo em relação à função de Richards, devido à superestimativa dos pesos vivos antes dos 18 meses de idade.

### Considerações Finais

O emprego das curvas de crescimento evita os inconvenientes da interpretação independente de um grande número de medidas isoladas que estão sujeitas a efeitos ambientais temporários não identificáveis, com isso a utilização de modelos não-lineares no melhoramento genético animal permite obter a estimativa dos parâmetros para as curvas, possibilitando a identificação dos animais mais adequados para seleção. Diversos modelos não lineares podem ser empregados para descrever a curva de crescimento porem eles podem se diferenciar uns dos outros em termos de resultados e aplicação devido a existir diferenças de adequação entre os mesmo em diferentes raças de animais.

# Referências bibliográficas

ALENCAR, M.M. de. Critérios de seleção e a moderna pecuária bovina de corte brasileira. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE MELHORAMENTO ANIMAL, 4., 2002. Anais...Disponível em: < http://www.sbmaonline.org.br/anais/iv/palestras/ivp07.pdf.

ARANGO, J. A.; VAN VLECK, L. D. Size of beef cows: early ideas, new developments. **Genetics and Molecular Research**, v. 1, n. 1, p. 51-63, 2002.

AGUDELO-GÓMEZ, D.A., MUÑOZ, M.F.C., RESTREPO, L.F., Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal., **Rev. Col. Cienc**. Pec. 2007; 20:157-173.

BARBOSA, P.F; ALENCAR, M.M. de. Sistemas de cruzamento em bovinos de corte: estado da arte e necessidades de pesquisa. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 32., 1995, Brasília. **Anais...** Brasília: SBZ, 1995. p. 681-683.

- BARBOSA, P.F. **Análise genético-quantitativa de características de crescimento e reprodutivas em fêmeas da raça Canchim**. 1991. 237 p. Tese (Doutorado em Genética) Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1991.
- BIFFANI, S. 1997. Influência dos fatores ambientais sobre o crescimento de bovinos da raça nelore e estimativa de parâmetros genéticos pelos métodos de Henderson 3 e REML. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. 121p. Dissertação (Mestrado).
- BELTRAN JJ, BUTTS WT, OSON TA, KOGER M, et al. Growth patterns of two lines of angus cattle selected using predicted growth parameters. **J Anim Sci.** 1992; 70:734 741.
- BELTRAN, J.J.; BUTTS JR.; W.T.; OLSON, T.A. Growth patterns of two lines of Angus cattle selected using predicted growth parameters. **Journal Animal Science**, Champaign, v. 70, n. 3, p. 734-741, 1992.
- BROWN J, FIZHUGH, H, CARTWRIGHT T. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. **J Anim Sci.** 1976; 42:810-818.
- BROWN, J.E.; BROWN, C.J.; BUTTS, W.T. A discussion of the genetic aspects of weight, mature weight and rate of maturing in Hereford and Angus cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 34, n. 4, p. 525-537, 1972a.
- BROWN, J.E.; FITZHUGH Jr.; H.A.; CARTWRIGTH, T.C. A comparison of nonlinear models for describing weigth-age relationships in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 810-818, 1976.
- CARNEIRO, P.L.S.; MALHADO, C.H.M.; AFONSO, P.R.A.M.; PEREIRA, D.G.; SUZART, J.C.C.; RIBEIRO JÚNIOR, M.; ROCHA, J.L. Curva de crescimento em caprinos, da raça Mambrina, criados na caatinga. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, v.10, n.3, p.536-545, 2009.
- CARTWRIGHT, T.C. Selection criteria for beef cattle for the future. Journal of Animal Science, Albany, v. 30, p. 706-711, 1970.
- DUARTE, F.A.M. **Estudo da curva de crescimento de animais da raça Nelore**. 1975. 284 p. Tese (Livre Docência) Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1975
- FALCONER, D. S. **Introduction to Quantitative Genetics**. 3 rd. Ed. Longman Scientifc and Technical, 1989.
- FITZHUGH JÚNIOR, H. A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. **Journal of Animal Science,** Champaign, v. 42, n. 4, p. 1036-1051, 1976.
- FORNI, S. Análise da curva de crescimento de bovinos da raça Nelore utilizando funções não lineares em análises Bayesianas. 2007. 65 p. Tese (Doutorado em Zootecnia) Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Jaboticabal, 2007.
- FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.34, n. 4, p.786-795, 2005.
- FREITAS, A.R.; ALENCAR, M.M.; SILVA, A.S. Ajuste de modelos não lineares em bovinos de corte. I. Padrão da população. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 35., 1998, Botucatu. **Anais**... Botucatu: SBZ, 1998a. p. 341-343.

- GARNERO, A.V.; MARCONDES, C.R.; BEZERRA, L.A.F.; OLIVEIRA, H.N.; LÔBO, R.B. Parâmetros genéticos da taxa de maturação e do peso assintótico de fêmeas da raça Nelore. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 57, n. 5, p. 652-662, 2005.
- GÓMEZ LH. **Estadística experimental aplicada a las ciencias Agrícolas**. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín; 1997. 571 p.
- GUEDES, M. H. P.; MUNIZ J. A.; PEREZ, J. R. O.; et al. Estudo das curvas de crescimento de cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias. **Ciências Agrotécnicas**, Lavras, v.28, n.2, p. 381-388, 2004.
- HAMMOND, Farm Animals. 2nd ed. London, Edward Arnold, 1955.
- KIVISTE A, ÁLVAREZ G, ROJO A, RUIZ G. Funciones de crecimiento de aplicación em el ámbito forestal. Madrid: Instituto nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. 2002.
- LAIRD A. K. **Postnatal growth of birth and mammals**. Growth 30, p.349-363.1966.
- LÓPEZ SJ. FRANCE EJ, GERRITS MS, DHANOA DJ, HUMPHRIES, et al. Ageneralized michaelismenten equation for the analysis of growth. **J Anim Sci.** 2000; 78:1816-1828.
- LOPEZ de TORRE, G.; CANDOTTI, J.J.; REVERTER, A.; BELLIDO, M.M.; VASCO, P.; GARCIA, L.J.; BRINKS, J.S. Effects of growth curve parameters on cow efficiency. **Journal of Animals Science**, Champaign, v. 70, p. 2668-2672, 1992.
- LOBATO, J.F.P. Sistemas intensivos de produção de carne bovina: 1. Cria. In: SIMPÓSIO SOBRE PECUÁRIA DE CORTE, 4., 1997, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: FEALQ, 1997.p. 161-204.
- LUDWIG, A. **Ajustamento de curvas exponenciais ao crescimento de gado Nelore e análise de seus parâmetros**. 1977. 84 p. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1977.
- MALHADO, C.H.M.; CARNEIRO, P.L.S.; CRUZ, J.F.; OLIVEIRA, D.F.; AZEVEDO, D.M.M.R.; SARMENTO, J.L.R. Curvas de crescimento para caprinos da raça Anglo-Nubiana criados na caatinga: rebanho de elite e comercial. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, v.9, n.4, p.662- 671, 2008.
- MANSOUR, H.; JENSEN, E.L.; JOHNSON, L.P. Analysis of covariance tructure of repeated measurements in Holstein conformation traits. **Journal of Dairy Science**, v.74, n.8, p.2757-2766, 1991.
- MASCIOLI, A.S. Estimativas de parâmetros genéticos e proposição de critérios de seleção para pesos em bovinos da raça Canchim. 1995. 95 p. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Jaboticabal, 1995.
- MASCIOLI, A.S., TALHARI, F.M., ALENCAR, M.M., BARBOSA, P.F., SILVA, A.M.,BORBA, L.H.F. Correlações genéticas entre características reprodutivas e de crescimento de fêmeas da raça Canchim. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 36., 1999, Porto Alegre. **Resumos...** Porto Alegre: SBZ, 1999. p. 156.

- MOLINUEVO, H.A. Estimación del peso al destete por unidad de superficie y su relación con el tamaño de las vacas. **Revista de Investigaciones Agropecuárias**. Serie 1. Biología y Producción Animal, v. 4, p. 37-47, 1967.
- McMANUS, C. et al. Curvas de crescimento de Ovinos Bergamácia Criados no Distrito Federal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.32, n.5, p. 1207-1212, 2003.
- McMANUS, C.M.; LOUVANDINI, H.; CAMPOS, VAL. Non linear growth curves for weight and height in four genetic groups of horses. Ciência Animal Brasileira, v.11, p.80-89, 2010.
- OLIVEIRA, H.N. **Análises genético-quantitativa da curva de crescimento de fêmeas da raça Guzerá.** 1995. 73f. Tese (Doutorado) Faculdade de Medicina, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, SP.
- OLIVEIRA, H. N.; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 9, p. 1843-1851. 2000.
- OLIVEIRA, J.A.L.; ALENCAR, M.M.; LIMA, R. Eficiência produtiva de vacas da raça Nelore. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 24, n. 3, p. 445-453, 1995.
- PAZ, C. C. P. 2002. Associação entre polimorfismos genéticos e parâmetros da curva de crescimento em bovinos de corte. ESALQ, Piracicaba. 107p. Tese (Doutorado).
- PAZ, C. C. P.; PACKER, I. U.; FREITAS, A. R.; et al. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovino de corte. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.33, n.6, p.1416-1425, 2004.
- PERROTO, D., CUE, R.I., Lee, A. J. Comparasion of nonlinear functions for describing the growth curve of three genotypes of dairy cattle. **J. Anim. Sci**., Ottawa, v. 72, n. 4, p. 773-782, 1992.
- PERROTO, D., CASTANHO, M. J. P., CUBAS, A. C. Efeitos genéticos sobre as estimativas dos parâmetros das curvas de crescimento de fêmeas bovinas Gir, Guzerá, Holandês x Gir e Holandês x Guzerá. **R. Bras. Zootec.**, v.26, n.4, p.719-725, 1997.
- RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, v. 10, n. 29, p. 290-300, 1959.
- SANDLAND, R.L.; McGILCHRIST, C.A. Stochastic growth curve analysis. **Biometrics**, v.35, n.1, p.255-271, 1979.
- SANDLAND, R. L. Mathematics and the growth of organisms some historical impressions. **Mathematical Scientist**, v. 8, p. 11-30, 1983.
- SANTORO, K. R. et al . Herdabilidades de parâmetros de curvas de crescimento não-lineares em zebuínos, no estado de Pernambuco. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 6, p.2280-2289, 2005.
- SARMENTO, J. L. R. et al. Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.35, n.2, p. 435-442, 2006.
- SILVEIRA JÚNIOR, P. Estudos de alguns modelos exponenciais no crescimento de bovinos da Raça Ibagé. 1976. 174 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1976.

TAYLOR, St. C.S. Lectures on mammalian growth. In: COURSE OF THE INSTITUTE OF ANIMAL PHISIOLOGY AND GENETICS RESEARCH, 1989, Edinburgh. **Proceedings...** Guelph: University of Guelph, 1989.

TAYLOR, St. C.S.; YOUNG, G.B. Equilibrium weight in relation to food intake and genotype in twin cattle. **Animal Producion, Edinburgh**, v. 10, p. 393-412, 1968.

TEDESCHI, L.O.; BOIN, C.; NARDON, R.F.; LEME, P.R. Estudo da Curva de Crescimento de Animais da Raça Guzera e seus Cruzamentos Alimentados a Pasto, com e sem Suplementação.

1. Analise e Seleção das Funções Não - Lineares. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.29, p.630- 637, 2000.

TEDESCHI, L.O. **Determinação dos parâmetros da curva de crescimento de animais da raça Guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto, com e sem suplementação.** 1996. 140 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Animal e Pastagens) - Escola superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1996.