pubvet
MEDICINA VETERINÁRIA E ZOOTECNIA
ISSN 1982-1263
https://doi.org/10.31533/pubvet.v18n12e1704

Integrais definidas na determinação de características em estruturas metálicas na construção de um galpão

Wender Marcos Oliveira[1], Douglas Gomes Goncalves[1], Paulo Henrique do Nascimento[1], Juracy Mendes Moreira[2], Elielton Olimpio da Silva Junior[3], Gisley de Souza Brito[2]

[1]Licenciadas em Engenharia Civil, Centro Universitário Brasília de Goiás (UniBrasilia). São Luís de Montes Belos, Goiás, Brasil.
[2]Professor Mestre Centro Universitário Brasília de Goiás (UniBrasilia). São Luís de Montes Belos, Goiás, Brasil,
[3]Professor Especialista Centro Universitário Brasília de Goiás (UniBrasilia). São Luís de Montes Belos, Goiás, Brasil.
**Autor para correspondência. E-mail: juramendes94@gmail.com.*

Resumo. Este estudo tem como objetivo demonstrar a aplicação prática do cálculo de integrais definidas na determinação de características geométricas de estruturas metálicas, essenciais para a construção civil. Existe uma preocupação por parte de professores e coordenadores pedagógicos quanto o ensino e aprendizagem de disciplinas específicas, levando o aluno à falta de estímulo e consequentemente a evasão escolar. Para ilustrar o uso de integrais, imagine um engenheiro civil projetando um galpão agrícola. O telhado desse galpão pode ser modelado por uma função quadrática do tipo $\boldsymbol{y = -0,2x^2 + 2x + 2}$. Além disso, a estrutura sujeita a uma carga distribuída, proveniente do próprio peso e de outros elementos sobre ela. Nos casos em que a geometria se mostra ineficiente, apresentaremos o conceito de integral definida. “Sejam $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ dois números tais que $\boldsymbol{a \leq b}$ e $\boldsymbol{f}$ uma função contínua em $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, com $\boldsymbol{f_{(x)} \geq 0}$ para todo $\boldsymbol{x}$ pertencente a esse intervalo, o teorema fundamental do cálculo diz que se $\boldsymbol{f_{(x)}}$ for continua em um intervalo $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, então $\boldsymbol{\int_a^b f_{(x)}\, dx = F_{(b)} - F_{(a)}}$. *Se* $\boldsymbol{f_{(x)}}$ é contínua em certo intervalo $\boldsymbol{I}$, para qualquer $\boldsymbol{a \in I}$ temos que: $\boldsymbol{F_{(x)} = \int_a^b f_{(t)} dt}$ é uma antiderivada de $\boldsymbol{f_{(-x)}}$ definida para todo $\boldsymbol{x \in I}$; ou seja: $\boldsymbol{\frac{d}{dx}\left[\int_a^x f_{(t)} dt\right] = f_{(x)}}$. À aplicação da integral na construção civil é muito variada e extremamente útil, principalmente no cálculo de estruturas metálicas utilizadas nas construções modernas, como por exemplo, para determinar o centro de massa de um corpo perfeitamente homogêneo quando submetido a campo gravitacional constante, denomina-se de área sob a curva $\boldsymbol{f}$ entre $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ como sendo a área da região limitada pelo gráfico da função $\boldsymbol{f}$, pelas retas verticais $\boldsymbol{x = a}$ e $\boldsymbol{x = b}$ e pelo eixo das abscissas.

Palavras chave: Arquitetura, centroide, gravidade

Defined integrals in the determining of characteristics in metallic structures in the construction of a warehouse

Abstract. The objective proposed in this study will be to present a practical application of the use of the content of defined integrals in determining certain geometric characteristics in fundamental metallic structures in civil construction, knowing that there is a concern on the part of teachers and pedagogical coordinators regarding the teaching and learning of specific subjects, leading students to a lack of stimulation and, consequently, the much-feared dropout. As an application of the use of integrals, we can consider a civil engineer who has planned the construction of an agricultural shed and knows that the roof of the structure is described by a quadratic function of the type $\boldsymbol{y = -0,2x^2 + 2x + 2}$. Even though this structure is subject to a transverse shape resulting from its own weight and the weight of other structures that are supported on it. In cases where geometry proves to be inefficient, we will introduce the concept of the definite integral. Let $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$ be two numbers such that $\boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{b}$, and $\boldsymbol{f}$ be a continuous function in $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, with $\boldsymbol{f(x)} \geq \mathbf{0}$ for all $\boldsymbol{x}$ belonging to that interval; the fundamental theorem of calculus says that if $\boldsymbol{f(x)}$ is continuous in an $[\boldsymbol{a,b}]$ interval, then $\boldsymbol{abf(x)dx} = \boldsymbol{F(b)} - \boldsymbol{F(a)}$. If $\boldsymbol{f(x)}$ is continuous in a certain $\boldsymbol{I}$ interval, for any $\mathbf{a} \in \mathbf{I}$ we have that: $\boldsymbol{F_{(x)}} = \int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{f_{(t)}dt}$ is an antiderivative of ***f(x)*** defined for all $\mathbf{x} \in \mathbf{I}$; that is: $\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dx}}\left[\int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{f_{(t)}dt}\right] = \boldsymbol{f_{(x)}}$. The application of the integral in civil construction is varied and extremely useful, mainly in the calculation of metallic structures used in modern constructions. For example, to determine the center of mass of a perfectly homogeneous body when subjected to a constant gravitational field, the area under the $\boldsymbol{f}$ curve between *a* and *b* is called the area of the region limited by the graph of the ***f*** function, by the vertical lines $\boldsymbol{x = a}$ and $\boldsymbol{x = b}$, and by the abscissa axis.

Keywords: Architecture, centroid, gravity

Introdução

O cálculo de áreas através da geometria, pode ser usado apenas para o cálculo de áreas de regiões poligonais e circulares. Ou seja, são áreas de regiões que pode ser dividida em um número limitado de regiões poligonais ou setores circulares. Quando isso não for possível o cálculo através da geometria se mostra ineficiente para a determinação de sua área, a exemplo disso podemos citar o cálculo da região limitada por uma elipse. Para casos em que a geometria se mostra ineficiente, apresentaremos o conceito de integral definida. “Sejam $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ dois números tais que $\boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{f}$ uma função contínua em $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, com $\boldsymbol{f_{(x)}} \geq \mathbf{0}$ para todo $\boldsymbol{x}$ pertencente a esse intervalo. Denomina-se de área sob a curva $\boldsymbol{f}$ entre $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ como sendo a área da região limitada pelo gráfico da função $\boldsymbol{f}$, pelas retas verticais $\boldsymbol{x = a}$ e $\boldsymbol{x = b}$ e pelo eixo das abscissas”.

Uma das principais dificuldades enfrentadas no ensino de cálculo diferencial e integral é a percepção de sua aplicabilidade prática. Alunos frequentemente questionam a utilidade do cálculo de integrais definidas, especialmente em áreas como a engenharia civil. Do ponto de vista docente, o conteúdo é rico em aplicações e relativamente simples de ensinar. No entanto, para os estudantes, a compreensão e a aplicação das integrais podem ser desafiadoras. Uma das principais dificuldades enfrentadas pelos professores de cálculo diferencial e integral é a falta de domínio dos conceitos matemáticos básicos por parte dos alunos. Apesar de muitos estudantes conseguirem memorizar as fórmulas e procedimentos, eles frequentemente encontram dificuldades ao aplicar o conhecimento em situações-problema. Além disso, a dependência excessiva de softwares para a resolução de exercícios pode limitar a compreensão dos conceitos e a capacidade de raciocínio.

Diante desse cenário, este estudo busca explorar as aplicações do cálculo diferencial e integral na engenharia, com o objetivo de motivar os alunos e torná-los mais engajados com a disciplina. A literatura, como o trabalho de (Alvarenga & Dorr, 2017), aponta que a falta de contextualização e a ausência de atividades práticas podem desmotivar os estudantes. Segundo Ponte et al. (2017), uma abordagem centrada no professor, sem promover a reflexão e a autonomia do aluno, limita o aprendizado significativo.

Este estudo busca estabelecer uma conexão entre os conhecimentos teóricos de cálculo integral e suas aplicações práticas na engenharia civil. Conforme Jaworski et al. (2017), o cálculo de integrais é fundamental para o dimensionamento de elementos estruturais como vigas, pilares e colunas. Embora Jones & Watson (2017) tenham contribuído significativamente para o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, o foco deste estudo está nas aplicações de integrais definidas, especialmente no cálculo de áreas. Segundo Ramos et al. (2019), a área entre curvas, delimitada pelos gráficos de duas ou mais funções, é um conceito-chave nessa aplicação. O teorema fundamental do cálculo diz que se $\boldsymbol{f_{(x)}}$ for continua em um intervalo $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, então $\int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{f_{(x)}\,dx} = \boldsymbol{F_{(b)}} - \boldsymbol{F_{(a)}}$. Se $\boldsymbol{f_{(x)}}$ é contínua em certo intervalo , para qualquer $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{I}$ temos que: $\boldsymbol{F_{(x)}} = \int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{f_{(t)}dt}$ é uma antiderivada de $\boldsymbol{f_{(x)}}$ definida para todo $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{I}$ ou seja: $\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dx}}\left[\int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{f_{(t)}dt}\right] = \boldsymbol{f_{(x)}}$. À aplicação da integral na engenharia civil é muito variada e extremamente útil, principalmente no cálculo de estruturas metálicas utilizadas nas construções modernas, como por exemplo, para determinar o centro de massa de um corpo perfeitamente homogêneo quando submetido a campo gravitacional constante. Sabendo que o momento das forças de cada ponto material de uma estrutura é nulo. O grau de dificuldade para a realização do cálculo dessas estruturas pode ser relativamente simples, dependendo da forma geométrica da estrutura, porém, essas estruturas podem assumir formas extremamente complexas e isso requer um estudo elaborado no cálculo dessas estruturas geométricas. Segundo Verzosa et al. (2014), o centro geométrico de uma estrutura é denominado de centroide e no caso de estruturas em barras é importante que esse ponto seja conhecido. Geralmente o cálculo da posição de um centroide é relativamente simples, porém, em muitos a determinação do centroide exige cálculos mais elaborados dependendo da forma geométrica da estrutura. Conhecer a posição do centroide é muito importante quando se trabalha com estruturas em barras submetidas a esforços ou flexão, isso é fundamental na distribuição das tensões que agem na extensão da barra. De acordo com Hitt & González-Martín (2016), na geometria, o centroide é o ponto associado a uma forma geométrica também conhecida como centro geométrico.

Segundo Wagner (2018), o centroide de uma viga pode ser entendido como a determinação do ponto em uma viga em que sendo aplicado uma única carga sobre esse ponto, ele possa representar a resultante das cargas distribuídas.

Um corpo contém diversas partículas de vários tamanhos, desse modo quando esse estiver localizado no centro gravitacional, cada partícula terá peso dw (Figura A). Esses pesos formam um sistema de forças paralelas cuja resultante, o peso total do corpo, passa por um ponto conhecido como centro de gravidade (G) (Figura B). Isso é verdade desde que o campo de gravidade tenha a mesma intensidade e direção em todas as partes.

A localização do centro de gravidade, medido a partir do eixo y, é determinada igualando-se o momento de w em relação ao eixo y (Figura B) à soma dos momentos dos pesos das partículas em relação a esse mesmo eixo. Portanto, a localização do centro de gravidade G com relação aos eixos x, y e z torna-se:

$$\bar{x} = \frac{\int \tilde{x} dw}{\int dw}, \bar{y} = \frac{\int \tilde{y} dw}{\int dw}, \bar{z} = \frac{\int \tilde{z} dw}{\int dw} \qquad Eq. [1]$$

Em que: $\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}}, \bar{\boldsymbol{z}}$ são as coordenadas do centro de gravidade $\boldsymbol{G}$ (Figura B), e $\tilde{\boldsymbol{x}}, \tilde{\boldsymbol{y}}, \tilde{\boldsymbol{z}}$ são as coordenadas de cada partícula do corpo (Figura A)

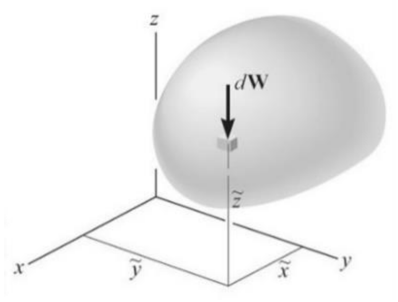

Figura A

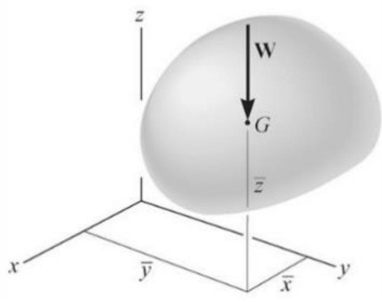

Figura B

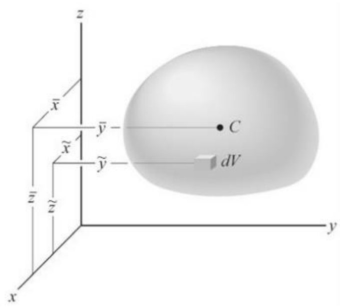

Figura C

Para estudar o movimento de um corpo é preciso localizar o centro de massa $\boldsymbol{C_m}$ do corpo. Essa localização pode ser determinada substituindo-se $\boldsymbol{dw} = \boldsymbol{g}$ na equação (1). Como $\boldsymbol{g}$, ele se anula e, temos que:

$$\bar{x} = \frac{\int \tilde{x} dm}{\int dm}, \bar{y} = \frac{\int \tilde{y} dm}{\int dm}, \bar{z} = \frac{\int \tilde{z} dm}{\int dm} \qquad Eq. [2]$$

Se o corpo na figura C ($\boldsymbol{C}$), um elemento diferencial de volume $\boldsymbol{dV}$ tem uma massa $\boldsymbol{dm} = \boldsymbol{\rho}\, \boldsymbol{dV}$. Substituindo essa massa nas equações (2) e cancelando $\boldsymbol{\rho}$, obtemos as fórmulas que localizam o centroide **C** ou centro geométrico do corpo, assim temos que:

$$\bar{x} = \frac{\int_V \tilde{x}dV}{\int_V dV}, \bar{y} = \frac{\int_V \tilde{y}dV}{\int_V dV}, \bar{z} = \frac{\int_V \tilde{z}dV}{\int_V dV}$$

Essas equações representam um equilíbrio dos momentos do volume do corpo. Portanto, se o volume possui dois planos de simetria, então seu centroide precisa estar ao longo da linha de interseção desses dois planos. Se uma área se encontra no plano $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, então seu centroide estará nesse plano e pode ser determinado a partir de integrais definidas, conforme as equações (3):

$$\bar{x} = \frac{\int_A \tilde{x}dA}{\int_A dA}, \bar{y} = \frac{\int_A \tilde{y}dA}{\int_A dA} \qquad Eq.\ [3]$$

A determinação do centroide por integração de um plano delimitado por curvas em que as expressões analíticas são conhecidas, pode ser obtido através da resolução de uma integral, com vista à determinação dos momentos estáticos e da área. Essa integral pode ser realizada por dois processos diferentes:

Para o estudo apresentado neste trabalho, o centroide de um corpo pode ser calculado pelas seguintes equações:

$$\bar{X} = \frac{\int x dv}{\int dv} \qquad Eq.[4]$$

$$\bar{Y} = \frac{\int y dv}{\int dv} \qquad Eq.[5]$$

Momentos de inércia de uma estrutura em barra, são extremamente uteis na determinação das tensões em barras quando elas estiverem sendo submetidas à flexão, que podem ser produzidas por momentos fletores. Esses momentos de inércia de uma barra estão associados à resistência dessa barra em suportar a flexão, e podem ser obtidos com a resolução das integrais (6) e (7).

$$IX = \int y^2 dA \qquad Eq.[6]$$

$$IY = \int x^2 dA \qquad Eq.[7]$$

Em que: $\boldsymbol{IX}$ é o momento de inércia em relação ao eixo y e $\boldsymbol{IY}$ o momento de inércia em relação ao eixo x.

A resolução das integrais (6) e (7) irá fornecer grandezas geométricas elevadas à quarta potência, no Sistema Internacional de Medida (SI), expressos em $\boldsymbol{m^4}$.

Metodologia

Foi realizada uma análise do material didático utilizado em uma disciplina de Resistência de materiais, com ênfase nas atividades que envolvem o cálculo integral. A análise se concentrou na forma como o professor apresentou os conceitos, nas aplicações práticas exploradas e nas estratégias utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos.

Seja uma função $\boldsymbol{f_{(x)}}$ definida e contínua num intervalo real $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$. A integral definida de $\boldsymbol{f_{(x)}}$, de $\boldsymbol{a}$ até $\boldsymbol{b}$, é um número real, indicada pelo símbolo:

$$\boxed{\int_a^b f_{(x)} dx}$$

onde: $\boldsymbol{a}$ é o limite inferior de integração, $\boldsymbol{b}$ é o limite superior de integração e $\boldsymbol{f_{(x)}}$ é o integrando. Se $\boldsymbol{f_{(x)}} \geq \int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{f_{(x)}} \boldsymbol{dx}$ representa a área entre o eixo $\boldsymbol{x}$ e a curva $\boldsymbol{f_{(x)}}$ para $\boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$

 Doi: 10.31533/pubvet.v18n12e1704

$$A = \int_a^b f_{(x)} dx$$

Se $\boldsymbol{f}_{(x)} \geq \boldsymbol{g}_{(x)}$, $\int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} [\boldsymbol{f}_{(x)} - \boldsymbol{g}_{(x)}] \boldsymbol{dx}$, representa a área entre as curvas, para $\boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$:

$$A = \int_a^b [f_{(x)} - g_{(x)}] dx$$

Considere inicialmente que um engenheiro civil tenha planejado a construção de galpão agropecuário, e sabendo que o telhado da estrutura é descrito por uma função quadrática do tipo $\boldsymbol{y = -0,2x^2 + 2x + 2}$. Pondere também que essa estrutura está sujeita a uma forma transversal proveniente do seu próprio peso e do peso de outras estruturas que está apoiada sobre ela. Pela condição de simetria apresentada na Figura D, pode-se concluir que o centro geométrico do telhado está localizado obrigatoriamente sobre o eixo $\boldsymbol{x_v}$ ou seja, no par ordenado $(\boldsymbol{x_v}, \boldsymbol{y_v})$. Deste modo, o problema consiste em determinar a abscissa $(\overline{\boldsymbol{X}})$ do centro geométrico por meio da resolução de uma integral dupla.

$$\bar{X} = \frac{1}{A} \iint_R xdxdy \qquad Eq. [8]$$

Em que: $\boldsymbol{R}$ é a região da figura delimitada pela função $\boldsymbol{y = -0,2x^2 + 2x + 2}$ e $\boldsymbol{y = 0}$ e $\boldsymbol{A}$ é a área hachurada da figura.

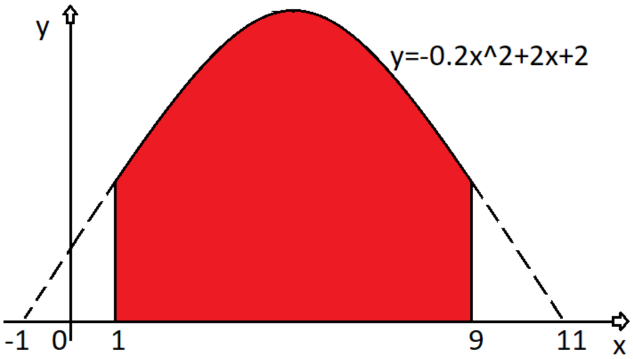

Figura D. Galpão usado para cálculo do centro geométrico do telhado

Resultados e discussão

Como resultado para a aplicação do estudo de integrais no cotidiano da construção civil temos que:

Cálculo da área

O cálculo da área proposta pode ser obtido com a resolução da equação (8), onde $\boldsymbol{D} = \{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in \boldsymbol{R^2} | \boldsymbol{0 \leq y \leq -0,2x^2 + 2x + 2} \ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{1 \leq x \leq 9}\}$

$$A = \iint_R dydx$$

$$A = \int_1^9 \int_0^{-0,2x^2+2x+2} dydx$$

$$A = 47,47ua$$

Cálculo do centroide

$$\bar{X} = \frac{1}{A} \iint_R xdydx$$

$$\bar{X} = \frac{\int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} xdydx}{\int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} dydx}$$

$$\bar{X} = 5ua$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{A} \iint_R \ ydydx$$

$$\bar{Y} = \frac{\int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} ydydx}{\int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} dydx}$$

$$\bar{Y} = 3ua$$

Inércia

$$IX = \int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} y^2 dydx$$

$$IX = 598{,}73ua$$

$$IY = \int_1^9 \int_0^{-0.2x^2+2x+2} x^2 dydx$$

$$IY = 1.403ua$$

Inercia em relação ao centroide

$$IX = \bar{I}x + \overline{Y^2} * A$$

$$598{,}73 = \bar{I}x + (3{,}04)^2 * 47{,}47$$

$$\bar{I}x = 160ua$$

$$Iy = \bar{I}y + \overline{X^2} * A$$

$$1.403 = \bar{I}y + 5^2 * 47{,}47$$

$$\bar{I}y = 221ua$$

Racheli et al. (2022) investigaram a influência da resolução de problemas sobre o aprendizado de integrais definidas. Os resultados indicaram que a abordagem por meio de problemas contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos fundamentais de integrais definidas e para um maior engajamento dos estudantes nas aulas de cálculo. Ponce-Campuzano (2013) identificou que o ensino tradicional, com foco no quadro negro e giz, ainda é predominante no ensino de cálculo diferencial e integral. Essa abordagem, muitas vezes desvinculada de pesquisas e aplicações práticas, limita a compreensão dos alunos, que dependem majoritariamente de livros didáticos como única fonte de estudo.

De acordo com Jones (2018), o uso de integrais duplas é um recurso extremamente importante no cálculo da posição do centro geométrico de figuras planas. Trevisan & Mendes (2018), corroboram essa afirmação, acrescentando que, embora as aplicações geométricas sejam as mais comuns, o potencial das integrais duplas vai além, abrangendo diversas outras áreas. No entanto, limitações curriculares impedem que todas essas aplicações sejam exploradas em sala de aula. Relata ainda uma preocupação de professores e pesquisadores quanto a dificuldade enfrentada por alunos de graduação em cursos de engenharia quando se trata da aprendizagem e a aplicação das disciplinas que compõem o plano de ensino do cálculo diferencial e integral

Referências bibliográficas

Alvarenga, K. B., & Dorr, R. C. (2017). O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: Características e interseções no centro-oeste brasileiro. *Revista Brasileira de Ensino Superior*, *2*(4), 46–57. https://doi.org/10.18256/2447-3944/rebes.v2n4p46-57.

Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2016). Generalization, covariation, functions, and calculus. In *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues*. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_1.

Jaworski, B., Mali, A., & Petropoulou, G. (2017). Critical theorising from studies of undergraduate mathematics teaching for students' meaning making in mathematics. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *3*(1), 168–197. https://doi.org/10.1007/s40753-016-0044-z.

Jones, S. R., & Watson, K. L. (2017). Recommendations for a "Target Understanding" of the derivative concept for first-semester calculus teaching and learning. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 199–227. https://doi.org/10.1007/s40753-017-0057-2.

Ponce-Campuzano, J. C. (2013). Developing prospective mathematics teachers in Mexico: A lesson on the relationship between integration and differentiation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *44*(7), 996–1006. https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.826386.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., Quaresma, M., & Velez, I. (2017). Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de matemática. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa*, *20*(1), 71–94. https://doi.org/10.12802/relime.17.2013.

Racheli, J., Denardi, V. B., & Bisognin, V. (2022). Estudo da integral definida por meio de problemas interdisciplinares do cálculo com a físico-química. *Revista Thema*, *21*(1), 274–288. https://doi.org/10.15536/thema.v21.2022.274-288.2359.

Ramos, N. S., Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2019). Delineamento de tarefas de cálculo diferencial e integral envolvendo sequências numéricas: Análise de um processo. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *12*(2), 27–49. https://doi.org/10.5007/1982-5153.2019v12n2p27.

Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: Uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, *11*(1), 209–227. https://doi.org/10.3895/rbect.v11n1.5702.

Verzosa, D., Guzon, A. F., & De las peñas, M. L. A. N. (2014). Using dynamic tools to develop an understanding of the fundamental ideas of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *45*(2), 190–199. https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.790513.

Wagner, J. F. (2018). Students' obstacles to using riemann sum interpretations of the definite integral. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *4*(3), 327–356. https://doi.org/10.1007/s40753-017-0060-7.

Histórico do artigo:
Recebido: 28 de setembro de 2024
Aprovado: 30 de outubro de 2024